

実践 分数÷整数の答えを導くまでの過程を「式の操作」で表すことを通して、自ら計算の仕方を見つけて出す発展的な力を育てる。

1. 単元名 『分数と整数のかけ算・わり算』(第6学年)

2. 単元について

これまでの学習で、整数や小数の四則と分数の加法・減法については学習してきた。本単元では、分数の乗法・除法の学習をはじめめる段階として、まず分数×整数と分数÷整数を扱うものである。

本単元で身に付けさせたいことは、数直線や面積図を用いて、被乗数や被除数の単位分数に着目し、そのいくつ分になるのかを求めることを通して、分数に整数をかけたり、分数を整数でわったりすることの意味と、その計算方法を理解し、立式したり計算したりすることができることである。また、自ら計算の仕方を見つけて出し公式としてまとめる「式の操作」を位置づけたい。

3. 本時(4/6)のねらい

被除数の分子が除数でわれない場合の計算では、被除数の分子が除数でわりきれない同値分数になおせば計算することができ、結果的に被除数の分母に除数と同じ数をかければよいことがわかる。

<評価規準> 数学的な考え方

$\frac{4}{5} \div 3$ の計算を、同値な分数 $\frac{12}{15} \div 3$ に変形して考え、既習を使って式変形して、答えを求めることができる。

4. 研究の重点に関わって

(1) 自ら計算の仕方を見つける「式操作」(発展的な学習)を位置づけた意図

本時のまとめは、「分数÷整数の場合、分数の分母に除数の整数をかけることで、除法の計算ができる。」というものである。この計算の仕方は実に簡潔で、記号を見て乗数を判断し、2年生で習ったかけ算九九を用いることで安易に答えを求められるものである。

しかし、計算の意味について理解もなく、ただ計算技能だけを獲得する授業では、子どもたちの数学的な考え方を高めることにつながらず、計算の仕方を見つけて出す子を育てるまでに至らない場合も考えられる。そこで、問題からの立式や求答場面では、数直線や線分図、面積図を用いることが必要ではあるが、本時は、さらに発展的な学習として「式の操作」を扱うことにした。

この「式の操作」を通すことで、子どもたちが、簡単な計算の仕方に気づき、計算の仕方を見つけて出すことが可能であると考えられる。また、この指導を通して、次の力がつくと考えられる。

- ・既習内容を適切に用いて、筋道立てて考える力
- ・計算の仕方を自ら見つけて出そうとする力

(2) どのように位置づけたか

これまでは、計算の仕方を見つけるために、数直線や線分図、面積図などの操作的活動を用いてきた。しかし、本時は、「分数のたし算とひき算」で再度用いた「分数の分子と分母に同じ数をかけてもその分数の大きさは変わらないこと」という分数の性質と「式の操作」を合わせて、分子を除数でわりきれない形に直して考えるものである。計算の過程にある『 $4 \times 3 \div 3 = 4 \times 1$ 』に気づき、より簡単に答えを求めたいという願いから、 $\frac{4}{5} \div 3 = \frac{4}{5 \times 3}$ であるとまとめる内容である。

そのためには、子どもたちが、安易に計算技能を理解するのではなく、教師の働きかけによる振り返りの場面で、「 $\div 3$ の3と $\times 3$ の3が同じ数ではないこと」を、理解できるようにしたい。

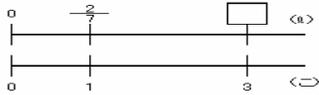
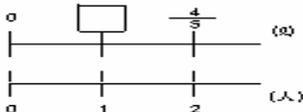
<そのための指導・援助>

- ・意味を理解せずに知り得た計算のきまりを使って、答えを出している子には、机間指導を通して、計算の意味を考えさせながら式操作をおこなうようにする。(C B)
- ・途中の計算を記述できる子には、計算の過程を説明できるように促す。(B A)

5. 指導の実際

(1) 単元指導計画

関心・意欲・態度	数学的な考え方	表現・処理	知識・理解
分数に整数をかけたり, 分数を整数でわったりする計算のしかたに気づき, 計算の能力をいっそう伸ばそうとする意欲をもつ。	分数に整数をかけたりわたりする計算の方法を, 数直線を用いたり, 既習の分数の意味や計算のきまりをもとに考え出すことができる。	分数に整数をかける乗法と分数を整数でわる除法の意味と計算原理や方法を理解し, 立式したり計算したりすることができる。	分数の乗法や除法の途中で約分する方法を理解し, 計算することができる。

ねらい	主な学習活動	指導・援助	評価規準
分数に整数をかける乗法の意味と計算原理や方法を理解し, 立式したり計算したりすることができる。	<p>p 4 の問題場面を把握する。 同じケーキを3こ作ることをおさえる。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>課題 $\frac{2}{7} \times 3$ の計算の仕方を考えよう。</p> </div> <ul style="list-style-type: none"> 数直線を使って考える。  <ul style="list-style-type: none"> $\frac{2}{7} \times 3$ は, $\frac{1}{7}$ の 2×3 倍だから, $\frac{6}{7}$ になる。 <p>分数に整数をかける計算では, 分母はそのまま, 分子にその整数をかけるとよい。 p 5 鉛筆 1 に取り組む。</p>	<ul style="list-style-type: none"> 「$\frac{2}{7}$ は, $\frac{1}{7}$ のいくつ分ですか。」と問い, 数直線のどこが $\frac{1}{7}$ になっているのかをおさえる。 数直線を用いて, 答えが, $\frac{1}{7}$ の6つ分であることをおさえる。 ペアで説明しあうことを促す。 個の意欲に応じて, 補充問題に取り組みめるようにする。C B 	<p>【数学的な考え方】</p> <p>単位分数のいくつ分の何倍であるかという考えで, 答えを求めることができる。</p>
分数に整数をかける計算において, 途中で約分をする計算方法を理解し, 計算することができる。	<p>p 6 問題場面 を把握する。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>課題 $\frac{5}{12} \times 6$ の計算の仕方を考えよう。</p> </div> <p>まゆみとたけしの計算の方法を比べる。</p> <ul style="list-style-type: none"> たけしは, 計算の途中で約分をしている。 <p>より簡単にわかりやすく答えを求めるという観点から, 計算の途中で約分するとよいことに気付くようにする。 p 6 鉛筆 2, 3 に取り組む。</p>	<ul style="list-style-type: none"> 分数の加法と比べながら, 乗法の場合に約分できることをおさえる。 計算の途中で約分できる計算問題を自らつくることによって約分することの理解を促す。C B 	<p>【表現・処理】</p> <p>計算の途中で約分をして, 手際よく簡単に計算することができる。</p>
分数を整数でわる計算(分子が除数で整除される場合)は, 分子を除数(整数)でわる計算で答えを求めることができる。	<p>p 7 の問題場面を把握する。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>課題 $\frac{4}{5} \div 2$ の計算の仕方を考えよう。</p> </div> <ul style="list-style-type: none"> 数直線で考える。  <ul style="list-style-type: none"> $\frac{1}{5}$ をもとにして <p>考えると, 4つ分を2等分するのだから, $\frac{2}{5}$ となる。</p> <p>分数を整数でわる場合は, 分子をその整数でわる計算をすることができる。 p 7 鉛筆 1 に取り組む。</p>	<ul style="list-style-type: none"> 除法を包含除ではなく, 等分除で考えるようにする。 数直線を用いて, $\frac{4}{5}$ が2つになることをおさえる。C B ペアで説明しあう姿を価値づける。B A 	<p>【数学的な考え方】</p> <p>単位分数のいくつ分という考え方で, 整数の除法に帰着して考えることができる。</p>

<p>被除数の分子が除数でわれない場合の計算では、被除数の分子が除数でわりきれない同値分数になおして、計算することができ、結果的に被除数の分母に除数と同じ数をかければよいことがわかる。</p>	<p>問題場面 P 8 を把握する。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>課題 $\frac{4}{5} \div 3$ の計算の仕方を考えよう。</p> </div> <ul style="list-style-type: none"> 分子が整数でわりきれない場合はどうすればいいのだろう。 $\frac{4}{5}$ の分子と分母に 3 をかけると、3 でわるることができる。分数を整数でわる計算では、分子はそのまま、分母にその整数をかけるとよい。p 9 に取り組む。 	<ul style="list-style-type: none"> 答えがあっていることを認め、「$\frac{4}{15}$ になることを式で説明できるかな。」と、途中の式をかくよう促す。C B 答えがあっていることを認め、さらに「$\div 3$ の 3 と $\times 3$ の 3 は同じなの。そのことを式で説明できるかな。」と計算の仕方を話すよう促す。B A 	<p>【数学的な考え方】 分子と分母に同じ数をかけても分数の大きさは変わらないという性質を使って、同値分数に変形し、式変形して答えを求めることができる。</p>
<p>分数を整数でわる計算において、途中で約分をする計算方法を理解し、計算することができる。</p>	<p>問題場面 P 10 を把握する。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>課題 $\frac{4}{5} \div 6$ の計算の仕方を考えよう。</p> </div> <ul style="list-style-type: none"> ひろきとかおりの計算の方法を比べる。 かおりは、計算の途中で約分をしている。より簡単にわかりやすくという観点から、かけ算と同様に、計算の途中で約分するとよいことをおさえる。p 10 鉛筆 3 に取り組む。 	<ul style="list-style-type: none"> 「約分ができるかたちですか。ちがいますか。」と問い、問題を見たときに、約分を忘れないような声かけをする。C B 	<p>【表現・処理】 計算の途中で約分をして、手際よく簡単に計算することができる。</p>
<p>問題に取り組む、習熟を図ることができる。</p>	<p>P 10 「まとめよう」で単元の復習をする。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>課題 単元の振り返りをしよう。</p> </div> <ul style="list-style-type: none"> P 10 の「まとめよう」や計算プリント等で単元の復習をすることができる。 	<ul style="list-style-type: none"> 各自の意欲に応じて、計算ドリルを用いて練習をすることができる。B A 	<p>【関心・意欲・態度】 分数 \times 整数、分数 \div 整数の計算や文章問題に進んで取り組むことができる。</p>

(2) 本時の展開

ねらい	学習活動	指導・援助	留意点・評価()
<p>問題文の「等分」や「1人分」を証拠に立式ができ、分子が除数でわれない場合の除法であることが理解できる。</p> <p>被除数の分数を除数でわれる同値分数に直せば分子を分数でわることができることが答えを求められることがわかる。</p> <p>求答までの式変形を明らかにして、分数÷整数の計算方法を理解することができる。</p> <p>分数を整数でわることが、被除数の分母に除数と同じ数をかけることと同じであることがわかる。</p>	<div style="border: 1px dashed black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> <p>問題 $\frac{4}{5}$ のジュースを、3人で等分します。1人分は何になるでしょう。</p> </div> <p>1. 分数÷整数の除法の問題であることを把握する。</p> <ul style="list-style-type: none"> 分数÷整数のわり算の問題だ。 $\frac{4}{5} \div 3$ 前の時間のように、分子がわれない。 数直線で考えよう。 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> <p>(課題) 分子がわる数でわれない分数÷整数の計算の仕方を考えよう。</p> </div> <p>2. 計算の仕方を考える。 (分子分母に3をかける) 分子がわる数にするために、分数の性質を使って分子分母に3をかけて考えた。</p> $\frac{4}{5} \div 3 = \frac{4 \times 3}{5 \times 3} \div 3 = \frac{12}{15} \div 3 = \frac{12 \div 3}{15} = \frac{4}{5}$ <p>3. 計算の仕方を振り返る。 「 さんの方法(前時の、分子を除数でわる方法)で説明できるかな。」</p> $\frac{4}{5} \div 3 = \frac{4 \times 3}{5 \times 3} \div 3 = \frac{4 \times 3 \div 3}{5 \times 3} = \frac{4 \times 1}{5 \times 3}$ $= \frac{4}{5 \times 3} = \frac{4}{15} \quad \text{答え} \quad \frac{4}{15}$ <ul style="list-style-type: none"> 分子の $\div 3 \times 3$ は1と同じだから、結局、分母に3をかけるのと同じだな。 「分母の 5×3 の3は、$\div 3$ の3かな。」 われきれる分数を作った時の3です。分数を3でわる時は、分母に3をかけるのと同じになります。 <p>4. 他の問題で計算の仕方を確かめる。 「他にも同じように、かけ算になる計算になっているかな。」</p> $\frac{3}{5} \div 4 = \frac{3 \times 4}{5 \times 4} \div 4 = \frac{3 \times 4 \div 4}{5 \times 4} = \frac{3 \times 1}{5 \times 4}$ $= \frac{3}{5 \times 4} = \frac{3}{20}$ <ul style="list-style-type: none"> 分数を整数でわる計算は、分母に除数をはかける計算と同じになることがわかる。 <p>「だから、$\text{—} \div \text{—} = \frac{\text{—}}{\text{—} \times \text{—}}$ になるのだな。」</p>	<p>答えが求められない子(C B)</p> <ul style="list-style-type: none"> 分子の4が3でわれないことを確認し、「面積図で考えてみよう。 $\frac{4}{5}$ を3等分する線を引いてごらん。答えはどこになりますか。答えは何のいくつかな。」と問いながら答えを見つけていく。分数の性質を使ったことをおさえる。 <p>数直線や面積図で答えを求めた子へ(C B)</p> <ul style="list-style-type: none"> 答えがっていることを認め、「 $\frac{4}{15}$ になることを式で説明できるかな。」と、途中の式をかくよう促す。 <p>除数を逆数にしてかけ算をした子へ(B A)</p> <ul style="list-style-type: none"> 答えがっていることを認め、さらに「 $\div 3$ の3と $\times 3$ の3は同じなの。そのことを式で説明できるかな。」と計算の仕方を話すよう促す。 「分数÷整数をより簡単に計算するために、何かきまりはないですか。」と問い、計算技能に気づかせる。 「いつもそうなるのかな。」と問い、理由を式で話すようにする。 	<ul style="list-style-type: none"> 「1人分」を演算決定の根拠にした姿や、前時の方法では計算できないことなど、問題を見て、気付いたことを既習の学習内容を振り返って話す姿を価値付ける。 <p>$\frac{4}{5} \div 3$ の計算を、同値な分数 $\frac{12}{15} \div 3$ に変形して考え、既習を使って式変形して、答えを求めることがわかったか、記述内容や発言内容によって評価する。</p> <ul style="list-style-type: none"> 答えを求めた後に、ペアで理由を伝え合う姿を価値付ける。

(3) 授業記録

< 机間指導で計算の過程を明らかにする場面 >

除数を分母にかけて計算し終えている子に

T : 答えが出たね。
 C : うん。
 T : どうして ÷ 3 が, 分母の × 3 になったの?
 C : ...。きまりを使ったから。わるときは分母にくる。
 T : そうか。そのきまりを使えるわけを知ってるの?
 C : 知らない。
 T : じゃあ。今日は, そのことはっきりとさせようか?
 C : (うなづく)
 T : まず分子の 4 が 3 でわれないから, 困っているんだね。
 分子がどんな数だったらいいの?
 C : ...。3 の倍数。
 T : 3 の倍数が作れないかな?
 C : 12 ならいいよ。
 T : 12 になる式を書いてごらん。
 C : (式 を書く)
 T : 次はどうするの?
 C : 分子の 12 を 3 でわって 4 になる
 T : 簡単にできる方法はある?
 4 × 3 のまま, 4 × 3 ÷ 3 って書いてもいい?
 C : 3 ÷ 3 が 1 になるからいいよ。(式 を書く)
 T : だから, 分母に 3 をかけていたんだね。
 ところで, この 3 は初めの式の ÷ 3 と同じ意味かな?
 C : 違うよ。÷ 3 の 3 は, わるとききの 3 で, 分母の 3 は
 われるようにしたときの 3 ?
 T : そうだね。同じ 3 だけど,
 こっち (分母) にとんできたわけじゃないんだね。

【机間指導前の記述】

$$\frac{4}{5} \div 3 = \frac{4}{5 \times 3} = \frac{4}{15}$$

課題意識をもたせ計算の仕方を見つけようとする発問

既習内容を想起できるようにする発問

式を書くことを促す発問

簡単な方法を見つけるようにする発問

【机間指導後の記述】

$$\frac{4}{5} \div 3 = \frac{4 \times 3}{5 \times 3} \div 3 \dots \quad \text{分数のきまり}$$

$$= \frac{4 \times 3 \div 3}{5 \times 3} \dots \quad \text{---} \div = \text{---} \div$$

$$= \frac{4 \times 1}{5 \times 3} \quad \text{分子の計算}$$

$$= \frac{4}{5 \times 3} \quad \text{分母の計算} = \frac{4}{15}$$

数の意味を振り返るようにする発問

< 全体交流で計算の仕方を振り返る場面 >

(計算の仕方を説明した後)

T : $\frac{4}{5} \div 3$ の 3 と, $\frac{4}{5 \times 3}$ の 3 は, 同じ意味ですか?
 C : こっち (÷ 3) は, わる 3 のときの 3 で, こっちは... はじめに, 分子と分母にかけたときの 3。
 T : 同じ 3 という数だけど, かける数からそのまま分母の 3 になったわけじゃないんだね。
 この計算の仕方は, 他の分数 ÷ 整数でも使えそうかな。
 C : できる!
 T : では, くん の ノート の 書き方 で, 挑戦してみよう!

数の意味を理解しているか確かめる発問

一般化を図る発問

6. 考察

(1) 重点に関わって

本時の指導を振り返ると、前ページで紹介したような式変形を記述できる子が増えてきた。

さらに、「 $\frac{4}{5} \div 3$ の3と、 $\frac{4}{5 \times 3}$ の3は、同じ意味ですか？」の問いに対して、「こっち($\div 3$)は、わる3のときの3で、こっちは...はじめに、分子と分母にかけたときの3。」と、はじめは $\div 3$ の3が $\times 3$ の3に移っていったと思っていた子が、3の意味の違いに気づく姿が見られた。

また、「式操作」で、計算の過程を明確にすることで、子どもたちが、自ら簡単な方法を見つめようとする中から、計算のきまりを見出す姿も見られ、計算のきまりは与えられるものではなく、自分たちで見つけるものだという意識が強くなった。

このような姿は、計算過程に重点をおき指導をしてきた成果であり、次のような「式操作」の指導の工夫が効果的であったことがわかる。

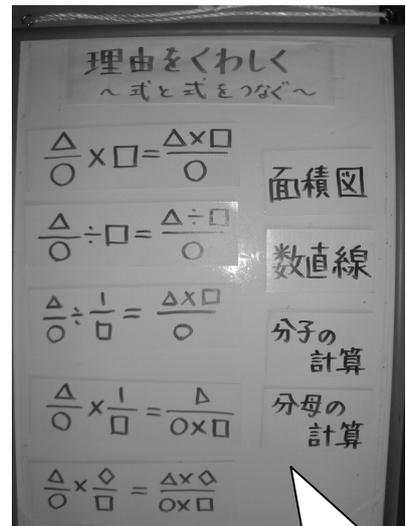
「式操作」の指導の工夫

式の記述は=でそろえて、縦に順序よく書く。

次の式になる理由を記述する。

問題の数は、最後まで計算せず、残すと仕組みがわかる。

- ・授業では写真(右)のように、授業で扱った理由をペープサートとして作成し蓄積していく。このペープサートは、個人追究の場面には、式操作のよりどころとなり、全体追究の場面では、そのまま板書に用いることができた。
- ・「式の操作」として計算の過程を明らかにすることで、計算の式が変化していく様子から、より簡単な計算のきまりに気づき、そのことを公式としてまとめようとする意欲も見られるようになった。学習指導要領の各学年の内容にも、数と計算領域には、「計算の仕方を考え」という言葉が見られるように、計算はただ答えを求めるという意識から、その過程を重視することが望まれている。今後も、数直線や面積図等を扱った計算の答えを見つける指導の発展的な学習として「式の操作」による式の変形が必要であると考えられるので、学習過程の中に位置づけていきたい。



単元まとめの掲示

式操作を明らかに、このことを中心に単元のまとめをする。

式と式をつなぐ言葉

ペープサートにして板書や思考のよりどころとする。

(2) 改善に向けて

まず公式のよさを味わう指導から

理解の遅い子にとって、計算の仕方を考える指導は抵抗があるものである。導いた公式が便利であることを、公式を使って容易に計算できたという自信をもたせる指導が必要である。

理解の早い子には、多様な表現方法を

理解の早い子にとっては、一つの方法に限らずいくつもの考え方を式で表す活動を行うことで、より抽象的思考が育つものと考えられる。今後、このような子をどのように授業の中で価値付けていくのかを考えていかななくてはならない。

